Câmpul magnetic generat de bobine cuplate în aranjament Helmholtz

Cuvinte cheie: Ecuațiile lui Maxwell, buclă, bobină, Legea Biot-Savart, Efectul Hall

Principiu

Distribuția spațială a intensității câmpului magnetic produs de o pereche de bobine cuplate în aranjament Helmholtz va fi măsurată. Distanța la care un câmp magnetic uniform este produs este investigată, și este demonstrată suprapunerea celor două câmpuri individuale care formează un câmp combinat.

Echipament

Pereche de bobine Helmholtz	1
Sursă de alimentare, universală	1
Multimetru digital	1
Teslametru digital	1
Sondă Hall axială	1
Riglă, l=1000mm	2
Suport bază	2
Suport vertical, l=250 mm	1
Clemă de prindere sub unghi drept	1
Cleme-G	3
Cablu de legătură, l=750 mm, albastru	1
Cablu de legături, l=750 mm, roșu	3

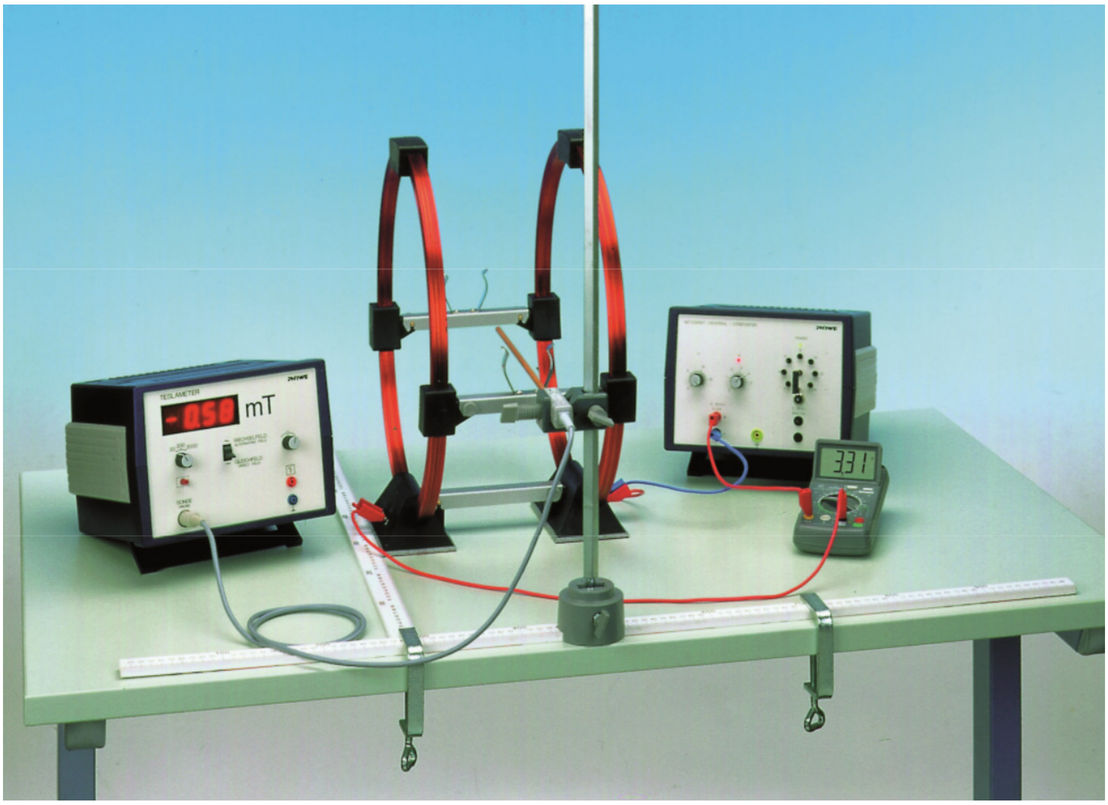


Figura 1: Montaj experimental bobine Helmholtz

Obiective

1. Măsurați densitatea de flux magnetic de-alungul axei Oz a bobinei când distanța dintre bobine a este $a = R$ ($R =$ raza bobinei) și când distanța este mai mare și mai mică decât R
2. Măsurați distribuția spațială a densității de flux magnetic când distanța dintre bobine este $a = R$, folosindu-vă de simetria circulară a montajului:
   a. măsurând componenta axiala B_z
   b. măsurând componenta radială B_r
3. Măsurați componentele radiale B_r' și B_r'' ale celor două câmpuri magnetice individuale provenite de la fiecare bobină în parte, la mijlocul dinstanței dintre ele și demonstrați anularea astfel anularea celor două câmpuri $B_r = 0$

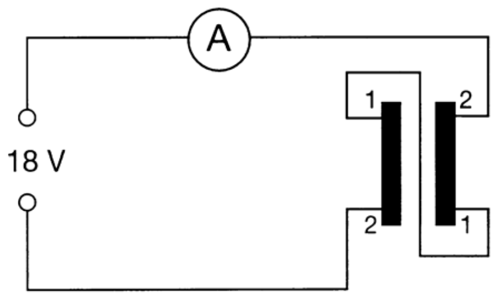


Figura 2: Schiță legături circuit bobine Helmholtz

Montaj și mod de lucru

Legați bobinele în serie și în același sens ca în figura Fig.2; curentul nu trebuie să depășească 3.5A .(fixați limita de curent pe sursa de alimentare pentru a obține un curent constant). Măsurați densitatea de flux cu ajutorul sondei axiale Hall(măsoara doar componenta de-alungul direcției probei).

Câmpul magnetic produs de bobine în acest aranjament este simetric din punct de vedere rotațional în jurul axei care trece prin centrul bobinelor, axă pe care o denumim Oz în sistemul de coordonate cilindrice (z, r, Φ). Originea sistemului este considerată central la jumătatea distanței dintre cele două bobine. Densitatea de flux magnetic nu depinde de unghiul Φ, deci doar componentele $B_z(z, r)$ și $B_r(z, r)$ vor fi măsurate.

Fixați sonda Hall pe suportul cu bază, la același nivel cu axa Oz a bobinelor. Fixați două rigle pe banc(paralel sau perpendicular una față de cealaltă, vezi Fig.3-6). Distribuția spațială de intensitate a câmpului magnetic poate fi măsurată poziționând baza suportului cu sonda Hall de-alungul uneia dintre rigle, sau mutând bobinele de-alungul celeilalte rigle.

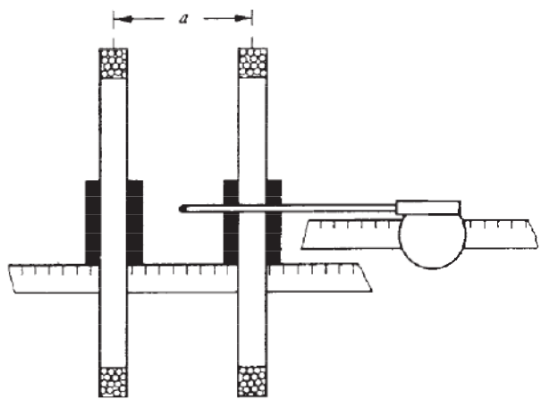


Figura 3: Măsurarea $B(z, r = 0)$ la diferite distanțe a între bobine

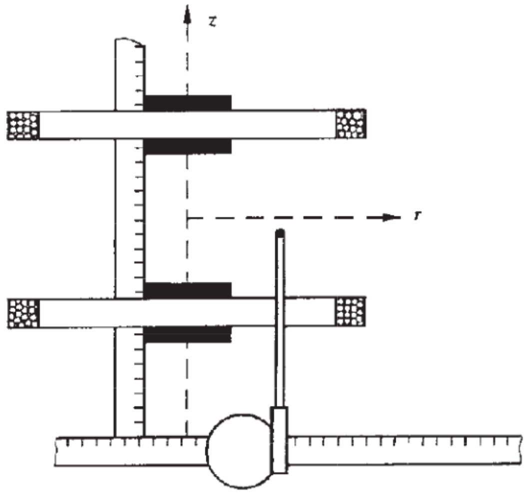


Figura 4: Măsurarea $B_z(z, r)$

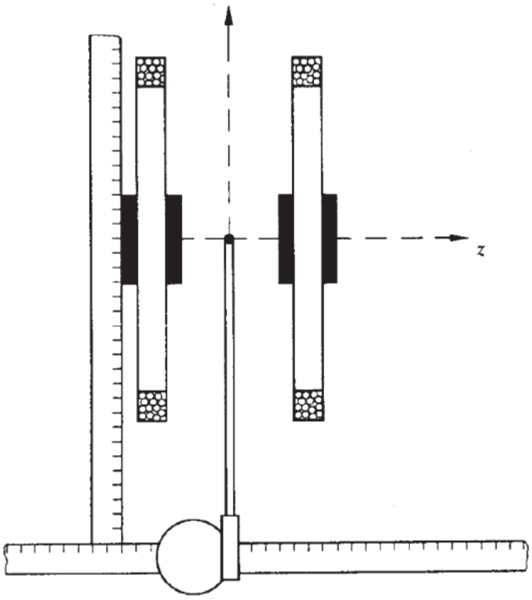


Figura 5: Măsurarea $B_r(z, r)$

Observații
Întotdeauna mutați baza cu sonda Hall în aceeași direcție.

1. De-alungul axei Oz, din motive de simetrie, densitatea de flux magnetic prezintă doar componentă axială B_z. Fig. 3 prezintă cum trebuie poziționate bobinele, sonda și riglele. Măsurați $B(z, r = 0)$ câns distanța dintre bobine este $a = R$ și ,de exemplu , pentru $a = R/2$ și $a = 2R$.

2. Când distanța $a = R$, bobinele pot fi îmbinate împreună folosind delimitatoarele.

   a) Măsurarea $B_z(z, r)$ se realizează ca în Fig.4. Se alege coordonata r mutând sonda și apoi se mișcă sonda de-alungul unei axe paralele cu axa centrală Oz. Verificați faptul că: densitatea de flux magnetic este maximă în punctul $(z = 0, r = 0)$

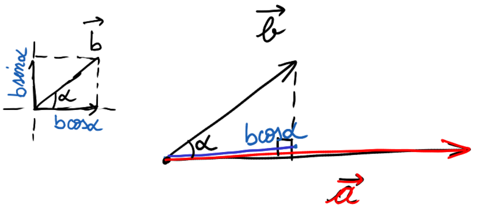
   b) Întoarceți perechea de bobine cu 90° ca în Fig.6. Verificați faptul că: în planul $z = 0$ $B_z = 0$

3. Scurtcircuitați una dintre bobine, apoi cealaltă. Măsurați componentele radiale individuale ale fiecărui câmp în parte, la $z = 0$

Teorie și evaluare

În cele ce urmează este prezentată o schiță cu noțiuni de liceu Legea atracției universale(1687), Legea Coulomb (1785), Legea Biot-Savart(1820). Apoi sunt introduse Ecuațiile lui Maxwell.

PRODUSUL SCALAR A DOI VECTORI: $\vec{a}\cdot\vec{b}$



$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha}$$

SCALAR

$$\vec a\cdot\vec b = a\cdot b\cdot\cos\alpha$$
$$\vec a\cdot\vec b = a\cdot(b\cos\alpha)$$

Obs 1. $\alpha=0 \Rightarrow \vec a\cdot\vec b = a\cdot b\cdot\overset{1}{\cancel{\cos 0}}$

$$\vec a\cdot\vec b = a\cdot b$$

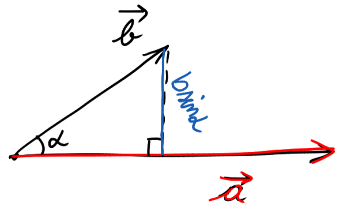
Obs 2. $\alpha=90^\circ \Rightarrow \vec a\cdot\vec b = a\cdot b\cdot\overset{0}{\cancel{\cos 90}}$

$$\vec a\cdot\vec b = 0$$

$$\Rightarrow \vec a\perp\vec b \Leftrightarrow \vec a\cdot\vec b = 0$$

PRODUSUL SCALAR ESTE O MĂSURĂ DE CÂTE ORI $\vec b$ AJUTĂ LA TRANSLAȚIA ÎN SENSUL LUI $\vec a$

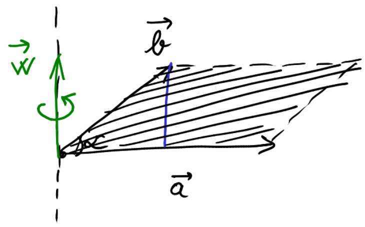
PRODUSUL VECTORIAL A DOI VECTORI: $\vec a\times\vec b$



$$\boxed{\vec a\times\vec b = \vec w}$$

VECTOR

$$|\vec a\times\vec b| = a\cdot b\cdot\sin\alpha$$
$$|\vec a\times\vec b| = a\cdot(b\sin\alpha)$$



Obs 1. $a\cdot(b\sin\alpha) = A_{▱} = b\cdot h$

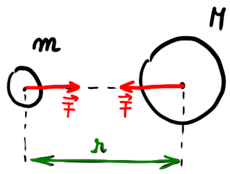
$$\Rightarrow |\vec w| = A_{▱}$$

Obs 2. $\vec w\perp\vec a$, $\vec w\perp\vec b$, $\vec w\perp A_{▱}$

Obs 3. sensul lui $\vec w$ este dat de regula burghiului

PRODUSUL VECTORIAL ESTE O MĂSURĂ DE CÂTE ORI $\vec b$ AJUTĂ LA ROTAȚIA VECTORULUI $\vec a$

CÂMPUL GRAVITAȚIONAL



$$\boxed{F_{atracție} = k\cdot\frac{m\cdot M}{r^2}}$$

Isaac Newton (1687)

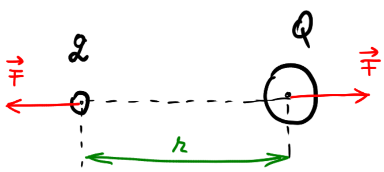
$$\vec F = k\cdot\frac{m\cdot M}{r^3}\cdot\vec r$$

$$\boxed{\vec\Gamma = \frac{\vec F}{m} = k\cdot\frac{M}{r^3}\cdot\vec r}$$

Intensitatea câmpului gravitațional generat de masa M

Obs: $M \Rightarrow \vec\Gamma$
masa câmp gravitațional

CÂMPUL ELECTROSTATIC



$$\boxed{F_{electrică} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{r^2}}$$

Charles-Augustin Coulomb (1785)

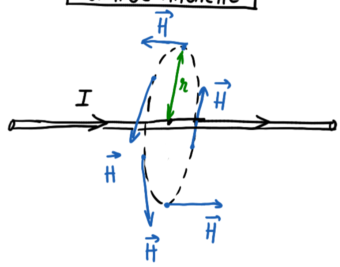
$$\vec F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq}{r^3}\cdot\vec r$$

$$\boxed{\vec E = \frac{\vec F}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^3}\cdot\vec r}$$

Intensitatea câmpului electrostatic generat de sarcina electrică Q

$Q \Rightarrow \vec E$
sarcina electrică câmp electric

CÂMPUL MAGNETIC



Biot-Savart (1820)

$$\boxed{\vec H = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,d\vec l\times\vec r}{r^3}}$$

Intensitatea câmpului magnetic generat de elementul de conductor de parcurs de curentul I, la distanța r

$I\,d\vec l\times\vec r \Rightarrow \vec H$
curent electric câmp magnetic

Figura 6:

ECUAȚIILE LUI MAXWELL

FORMA DIFERENȚIALĂ (LOCALĂ)

LEGEA GAUSS (1773) → $\boxed{\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$

LEGEA GAUSS PENTRU MAGNETISM → $\boxed{\nabla\cdot\vec{B}=0}$

LEGEA INDUCȚIEI FARADAY (1831) → $\boxed{\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$

LEGEA AMPÈRE (CU ADĂUGAREA MAXWELL) → $\boxed{\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

FORMA INTEGRALĂ

FLUX ELECTRIC PRIN SUPRAFAȚA Σ: $\boxed{\oiint_{\Sigma}\vec{E}\,d\vec{s}=\frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{V_\Sigma}\rho\, dV}$

FLUX MAGNETIC PRIN SUPRAFAȚA Σ: $\boxed{\oiint_{\Sigma}\vec{B}\,d\vec{s}=0}$

CIRCULAȚIA PE CURBA Γ: $\boxed{\oint_{\Gamma}\vec{E}\,d\vec{l}=-\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{B}\,d\vec{s}}$ → VARIAȚIA CÂMPULUI MAGNETIC ÎN TIMP PRIN SUPRAFAȚA SPRIJINITĂ PE CURBA Γ

CIRCULAȚIA PE CURBA Γ: $\boxed{\oint_{\Gamma}\vec{B}\,d\vec{l}=\mu_0\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{J}\,d\vec{s}+\mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{E}\,d\vec{s}}$

DENSITATEA DE CURENT PRIN SUPRAFAȚA Σ_Γ

VARIAȚIA CÂMPULUI ELECTRIC ÎN TIMP PRIN SUPRAFAȚA SPRIJINITĂ PE CURBA Γ

$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$

$$\oint_{\Gamma}\vec{H}\,d\vec{l}=\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{J}\,d\vec{s}+\varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{E}\,d\vec{s}$$

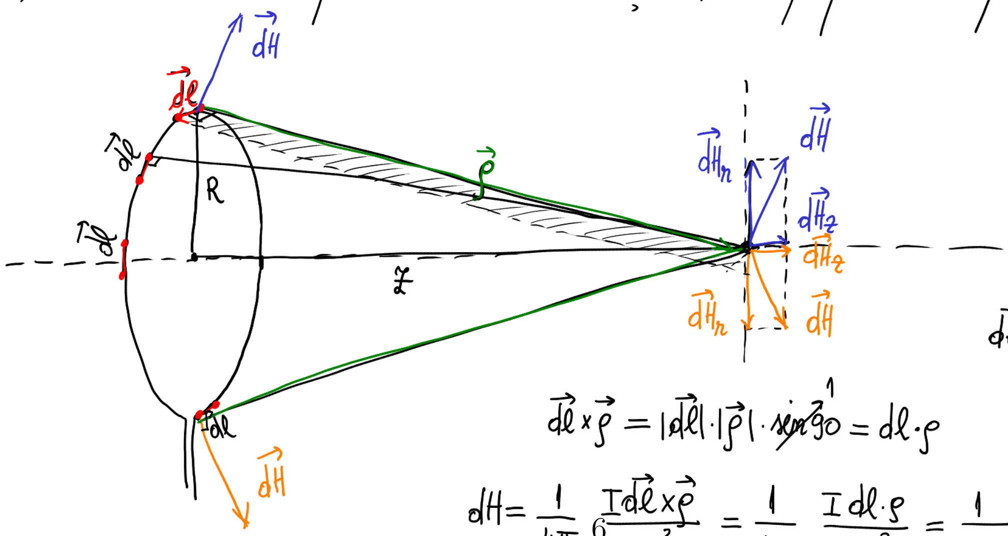
unde Γ este o curbă închisă, Σ_Γ fiind o suprafață care se sprijină pe curba Γ

Pentru curenți electrici continui: $\varepsilon_0\frac{d}{dt}\iint_{\Sigma_\Gamma}\vec{E}\,d\vec{s}=0 \Leftarrow \dot{D}=0,\ \frac{\varepsilon_0 E}{dt}=\vec{0}$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_{\Gamma}\vec{H}\,d\vec{l}=I}$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{H}=\frac{I}{4\pi}\cdot\frac{d\vec{l}\times\vec{\rho}}{\rho^3}}$$ LEGEA BIOT-SAVART

unde $\vec{\rho}$ este vectorul cu originea în elementul infinitezimal de lungime $d\vec{l}$ și cu extremitatea în punctul de măsurare și $d\vec{H}$ este perpendicular pe $d\vec{l}$ și $\vec{\rho}$.



$d\vec{H}\perp\vec{\rho},\ d\vec{H}\perp d\vec{l},\ d\vec{H}\perp A_{\square}$

$$d\vec{l}\times\vec{\rho}=|d\vec{l}|\cdot|\vec{\rho}|\cdot\sin 90^{\circ}=dl\cdot\rho$$

$$dH=\frac{1}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{\rho}}{\rho^3}=\frac{1}{4\pi}\frac{I\,dl\cdot\rho}{\rho^3}=\frac{1}{4\pi}\frac{I\,dl}{\rho^2}=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{I\,dl}{(R^2+z^2)}$$

Intensitatea câmpului magnetic produs pe direcția axială a unui conductor circular poate fi calculată folosind Legea Biot-Savart.

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \tag{1}$$

Vectorul $\vec{dl}$ este perpendicular pe $\vec{\rho}$, și rezultatul produsului vectorial $\vec{dl} \times \vec{\rho}$ este $d\vec{H}$ până la o constantă.
$\Rightarrow$

$$dH = \frac{I}{4\pi\rho^2} dl = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{R^2 + z^2} \tag{2}$$

$d\vec{H}$ poate fi descompus în două componente: radială $d\vec{H}_r$ și axială $d\vec{H}_z$

Componentele $d\vec{H}_z$ au aceeași direcție și sens pentru toate elementele infinitezimale $\vec{dl}$ de conductor și valorile se adună; componentele $d\vec{H}_r$ se anulează una pe cealaltă, în pereche (elemente de conductor diametral opuse). Deci:

$$H_r = 0 \tag{3}$$

și integrând ec.(2):

$$\int dH = \int \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{R^2 + z^2} \tag{4}$$

$$H = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{1}{R^2 + z^2} \int dl \tag{5}$$

$\int dl = 2\pi R$

$$H = H_z = \frac{I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \tag{6}$$

Care se manifestă dealungul direcției axiale a conductorului circular.

Densitatea de flux magnetic este:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{1}{(1 + (\frac{z}{R})^2)^{3/2}} \tag{7}$$

Câmpul magnetic produs de o bobină plană este obținut înmulțind ec.(7) cu numărul de spire N. Deci, densitatea de flux magnetic dealungul direcției axiale a două bobine identice la distanța a una de cealaltă este:

$$B(z, r = 0) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2R} \cdot \left(\frac{1}{(1 + A_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1 + A_2^2)^{3/2}} \right) \tag{8}$$

unde:

$$A_1 = \frac{z + a/2}{R}, A_2 = \frac{z - a/2}{R} \tag{9}$$

Când $z = 0$, densitatea de flux magnetic prezintă un maxim când $a < R$ și o valoare minimă atunci când $a > R$. Din graficele cu măsurători, după cum se observă in Fig.8 se poate concluziona același lucru; Când $a = R$, câmpul este aproximativ uniform în domeniul:

$$\frac{-R}{2} < z < \frac{R}{2} \tag{10}$$

Densitatea de flux magnetic în mijlocul punctului $a = R$:

$$B(0,0) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \cdot N \cdot \frac{2}{(5/4)^{3/2}} = 0.716 \cdot \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{R} \tag{11}$$

pentru $N = 154, R = 0.20m, I = 3.5A$
rezultă: $B(0,0) = 2.42mT$

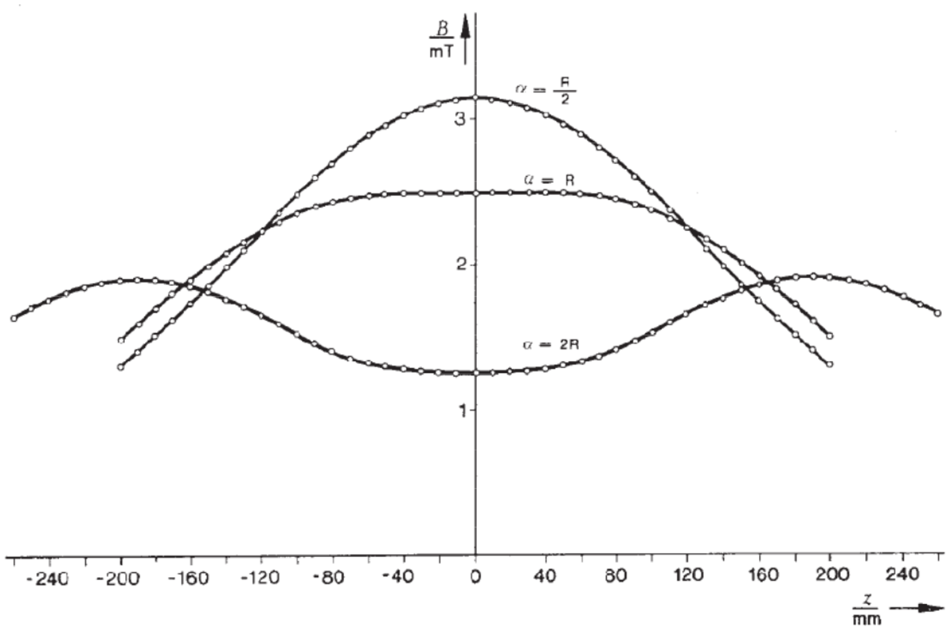


Figura 8: $B(r = 0)$ în funcție de z, și în funcție de distanțele a dintre bobine

Figurile (9) și (10) prezintă curbele $B_z(z)$ și $B_r(z)$ măsurate la diferite valori ale parametrului r. În Fig.(11) este prezentată superpoziția câmpurilor celor două bobine $B_r = 0$ în centrul bobinelor $z = 0$.

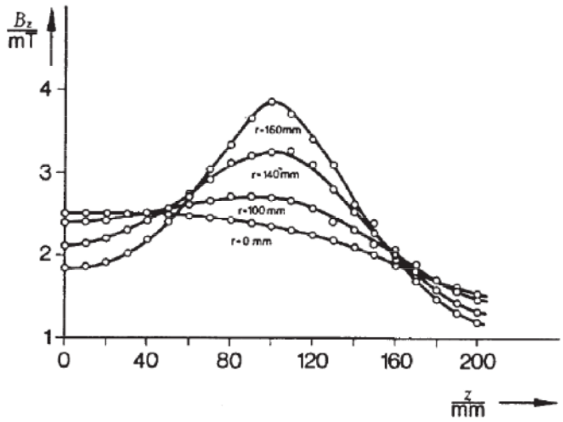


Figura 9: $B_z(z)$, la depărtarea r (doar în cadranul pozitiv)

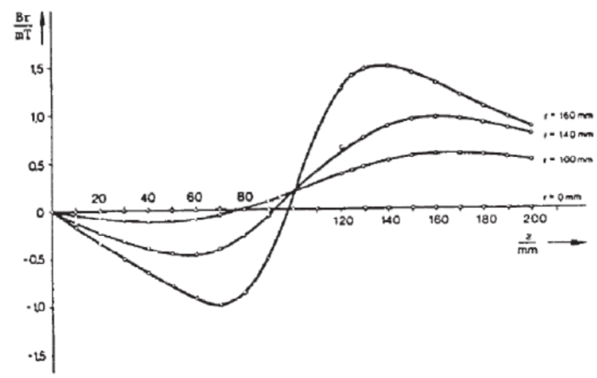


Figura 10: $B_r(z)$, la depărtarea r (doar în cadranul pozitiv)

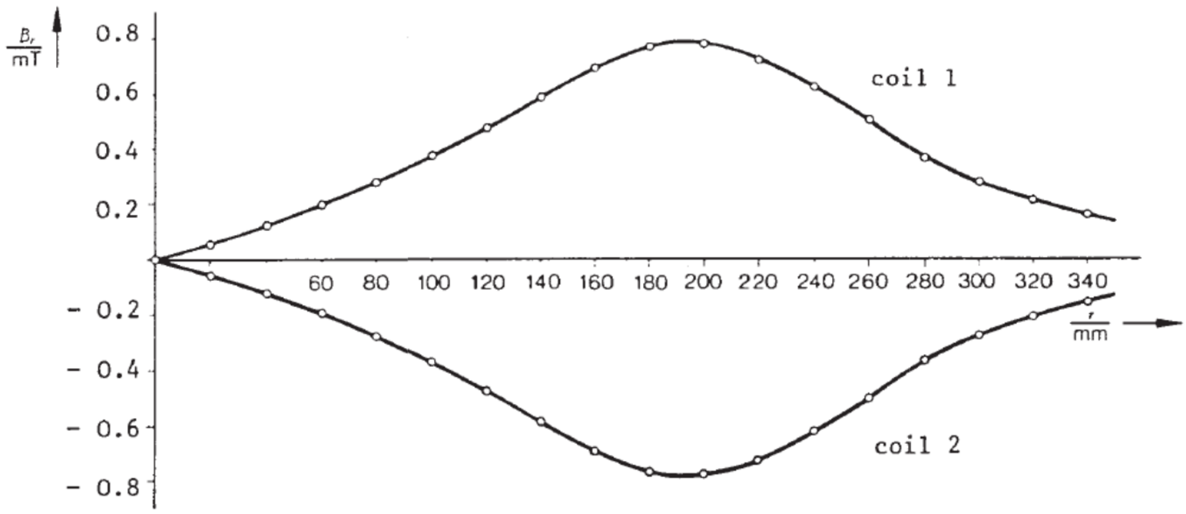


Figura 11: Componentele radiale $B_r^{'}$ și $B_r^{''}$ ale celor două bobine când $z = 0$

r= 0 cm

z (cm)	$B_z(z)$ (mT)
-30	
-28	
-26	
-24	
-12	
-18	
-16	
-14	
-12	
-10	
-8	
-6	
-4	
-2	
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
22	
24	
26	
28	
30	

r= 16 cm

z (cm)	$B_z(z)$ (mT)
-30	
-28	
-26	
-24	
-12	
-18	
-16	
-14	
-12	
-10	
-8	
-6	
-4	
-2	
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
22	
24	
26	
28	
30	

z= 0 cm

r (cm)	$B_r(z)$ (mT)
-30	
-28	
-26	
-24	
-12	
-18	
-16	
-14	
-12	
-10	
-8	
-6	
-4	
-2	
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
22	
24	
26	
28	
30	

Reprezentați graficul densității de flux magnetic de-alungul axei Oz a bobinei când distanța $a = R$.

Reprezentați graficele componentei axiale B_z (r=16 cm) și radiale B_r (z=0 cm) a densității de flux magnetic când distanța $a = R$.

z= 0 cm

r (cm)	$B_r^{'}$ (mT)
-30	
-28	
-26	
-24	
-12	
-18	
-16	
-14	
-12	
-10	
-8	
-6	
-4	
-2	
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
22	
24	
26	
28	
30	

z= 0 cm

r (cm)	$B_r^{''}$ (mT)
-30	
-28	
-26	
-24	
-12	
-18	
-16	
-14	
-12	
-10	
-8	
-6	
-4	
-2	
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
22	
24	
26	
28	
30	

Reprezentați grafic distribuția componentelor radiale $B_r^{'}$ și $B_r^{''}$ ale celor două câmpuri magnetice individuale provenite de la fiecare bobină în parte.